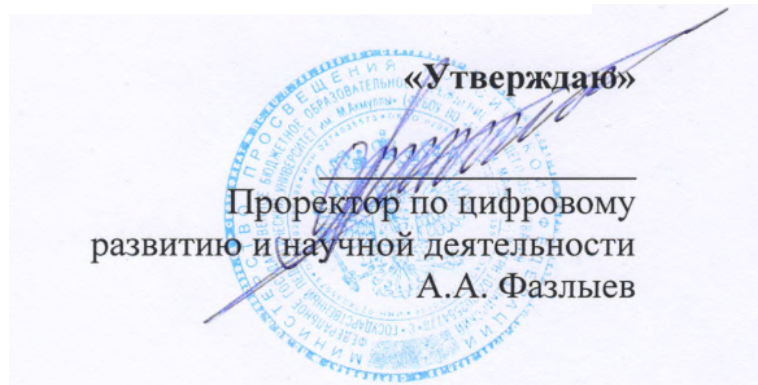


МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Башкирский государственный педагогический университет  
им. М. Акмуллы»  
(ФГБОУ ВО «БГПУ им. М.Акмуллы»)



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА**  
**по дисциплине**

**Математика**

(название дисциплины)

Научная специальность:

1.2.2. Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

(шифр) (наименование научной специальности)

## 1. Требования к уровню подготовки лиц, поступающих на основную образовательную программу подготовки научно-педагогических кадров:

*Знания:* категориального аппарата основ высшей математики, численных методов, математического моделирования и современного программирования.

*Умения:* использования теории и методов математического моделирования для анализа прикладных задач и выбора методов их решения.

*Владение* (опыт профессиональной деятельности): навыками написания и анализа научных статей в области физико-математических и/или технических наук.

## 2. Содержание дисциплины

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Основы математического моделирования	Основные принципы математического моделирования. Виды математических моделей. Области применения. Принципы построения математических моделей. Методы исследования математических моделей. Компьютерное и имитационное моделирование. Методологии имитационного моделирования. Принципы и методы построения имитационных моделей. Компьютерные среды и языки имитационного моделирования.
2.	Введение в анализ	Исследование точек оптимума и перегиба функций одной переменной с помощью производных. Полные системы функций (полиномы и тригонометрические функции). Разложение произвольной функции по полной системе функций; остаточный член.
3.	Неопределенный интеграл	Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.
4.	Определенный интеграл	Формула Ньютона-Лейбница. Приближенное интегрирование. Несобственные интегралы. Признаки интегрируемости неотрицательных функций.
5.	Числовые ряды	Числовые ряды. Сходимость числового ряда. Гармонический ряд. Достаточные признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные и знакопеременные ряды.
6.	Ряды Фурье	Ряды Фурье. Комплексная форма записи интеграла Фурье. Интеграл Фурье.
7.	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения и их решения. Линейные уравнения высших порядков. Уравнения в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений.
8.	Элементы линейной алгебры	Матрицы. Действия над матрицами. Определители. Свойства определителей. невырожденные матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
9.	Аналитическая геометрия на плоскости	Система координат на плоскости. Линии на плоскости. Линии второго порядка на плоскости. Общее уравнение линий второго порядка.

10.	Основы теории вероятностей и математической статистики	<p>Случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Характеристики распределений.</p> <p>Основные законы распределения непрерывных случайных величин. Функции плотности распределения, свойства и квантили одномерной, двумерной и <math>n</math>-мерной нормальной случайной величины. Распределения хи-квадрат, Стьюдента, Снедекора–Фишера, логнормальное и равномерное. Закон больших чисел (в форме Чебышёва) как выражение свойства статистической устойчивости среднего значения. Центральная предельная теорема. Генеральная совокупность, выборка и ее основные характеристики (среднее значение, дисперсия, асимметрия, квантили, функции распределения и плотности).</p> <p>Понятие статистической гипотезы и статистического критерия. Основные понятия теории статистических оценок и свойства оценок (несмещенность, состоятельность, асимптотическая нормальность, эффективность)</p>
11.	Численные методы	<p>Численные методы линейной алгебры. Вычисление наибольшего по модулю собственного значения матрицы. Прямые и итерационные методы. Способы ускорения сходимости. Градиентные методы. Методы ортогонализации. Метод конечных разностей и конечных объемов, метод конечных элементов. Аппроксимация, устойчивость и сходимость. Теорема о сходимости. Корректность постановок краевых задач при их численной аппроксимации. Основные численные алгоритмы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: методы Рунге-Кутты и Адамса.</p>
12.	Случайные процессы и теория массового обслуживания	<p>Случайные процессы, основные понятия, их классификация. Конечные цепи Маркова. Эргодическая теорема. Уравнение Чепмена – Колмогорова для дискретных и непрерывных цепей. Понятие системы массового обслуживания (СМО). Классификация СМО. Системы массового обслуживания с отказами. Системы массового обслуживания без отказов. Поток заявок. Простейший поток. Поток с переменным параметром. Стационарные потоки. Потоки типа Пальма. Предельная теорема. Марковский поток Уравнения Эрланга. Процесс типа «гибель и размножение».</p>
13.	Математическое программирование	<p>Задачи математического программирования. Теория линейного программирования. Теорема двойственности для задачи линейного программирования. Конечные методы решения задач линейного программирования. Симплексный метод. Методы одномерной минимизации. Релаксационные методы решения экстремальных задач. Методы безусловной минимизации. Транспортная задача.</p>

### 3. Учебно-методическое обеспечение:

#### *Основная литература:*

1. Алиев, Т.И. Основы моделирования дискретных систем [Текст]. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 363 с.
2. Бережная, Е.В., Бережной, В.И. Математические методы моделирования экономических систем [Текст]. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2008. – 430с.
3. Математический анализ Ч. 1,2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Учебник для бакалавров / Москва, 2015. Сер. 58 Бакалавр. Академический курс (4-е изд., пер. и доп).
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 1,2, 3. Москва, 2009, 2016
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия Учебник для вузов / Москва, 2012.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра Учебник для вузов / Москва, 2010.
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа В 2-х ч. Ч-1, 2. Учебник для вузов / Москва, 2014.
8. Коралов Л. Б., Синай Я. Г. Теория вероятностей и случайные процессы. Изд-во: МЦНМО, 2013. 408 с.
9. Зализняк В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений. – М.: Издательство Юрайт, 2012. – 356 с.
10. Задорожный, В.Н. Имитационное и статистическое моделирование: учеб. пособие [Текст] / В.Н.Задорожный. – 2-еизд., испр. и доп. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2013. – 136 с.
11. Маликов, Р.Ф. Основы математического моделирования: учеб. пособие [Текст]. – М: Изд-во «Горячая линия – Телеком», 2010. – 348с.
12. Маликов Р. Ф. Практикум по имитационному моделированию сложных систем в среде AnyLogic 6: учеб. пособие [Текст]. – Уфа: Изд-во БГПУ, 2013. – 296с.
13. Кораблев, Юрий Александрович. Имитационное моделирование : учебник / Ю.А. Кораблев. — Москва : КНОРУС, 2017. — 146 с.

#### *Дополнительная литература:*

1. Введение в математическое моделирование: Учеб. Пособие /Под ред. П.В.Трусова. – М.: Логос, 2004. – 440с
2. Данилов Н.Н. Исследование операций и математическое программирование в задачах и упражнениях. - Кемерово : Кузбассвузиздат, 2005. - 107 с.
3. Измаилов А.Ф. Численные методы оптимизации : учеб. пособие / А. Ф. Измаилов, М. В. Солодов. - М. : Физматлит, 2005. - 300 с.
4. Карманов В.Г. Математическое программирование. М.: Физматлит, 2008.
5. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учеб. / А. Н. Колмогоров. - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2006. - 570 с.
6. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Физматлит, 2005. – 316 с.

7. Шапкин А.С. Математические методы и модели исследования операций : учеб. / А. С. Шапкин, Н. П. Мазаева. - 3-е изд. - М. : Дашков и К, 2006. - 395 с.
8. Советов, Б.Я., Яковлев, С.А. Моделирование систем: практикум: учеб. пособие [Текст]. – М.: Высш. школа, 2005. – 295с.
9. Советов, Б.Я., Яковлев, С.А. Моделирование систем: учеб. пособие для бакалавров [Текст]. – М.: Изд-во Юрайт, 2012. –343с.
10. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Физматлит. – 2001.
11. Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. М., Наука, 1989.
12. Воеводин В.В. Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984.
13. Гельфонд А.О. Исчисление конечных разностей. М.: Наука, 1967.
14. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.:Наука, 1977.
15. Калиткин Н.П. Численные методы. М.: Наука, 1978.
16. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980.
17. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1982.

*Информационные ресурсы:*

<http://vak.ed.gov.ru>

<http://mon.gov.ru/work/nti/dok>

[http://vak.ed.gov.ru/ru/help\\_desk/list](http://vak.ed.gov.ru/ru/help_desk/list)

<http://lib.sfu-kras.ru/LPC/about/1.php>

[http://vak.ed.gov.ru/ru/help\\_desk/list/](http://vak.ed.gov.ru/ru/help_desk/list/)

<http://simulation.su/static/ru-manuals.html>

#### **4. Примерные вопросы к экзамену**

1. Основные принципы математического моделирования. Виды математических моделей. Области применения.
2. Принципы построения математических моделей. Методы исследования математических моделей.
3. Компьютерное и имитационное моделирование. Методологии имитационного моделирования. Принципы и методы построения имитационных моделей.
4. Компьютерные среды и языки аналитического и имитационного моделирования.
5. Понятие предела числовой последовательности. Предел монотонной последовательности, число  $\epsilon$ . Критерий Коши сходимости последовательности.
6. Эквивалентность определений предела по Гейне и по Коши. Критерий Коши существования предела функции.
7. Непрерывность функции в точке, определения. Основные теоремы.
8. Непрерывность функции, теоремы Больцано-Коши, Вейерштрасса о непрерывных функциях (2 с доказательством). Равномерная непрерывность, формулировка теоремы Кантора.

9. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши).
10. Понятие дифференцируемости функции и дифференциала. Связь между непрерывностью, дифференцируемостью и существованием производной. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
11. Определенный интеграл. Суммы Дарбу, критерий интегрируемости функции.
12. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов.
13. Числовые ряды. Признаки Даламбера и Коши сходимости положительных рядов.
14. Абсолютная и условная сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.
15. Равномерная сходимость функциональной последовательности. Свойства равномерно сходящихся последовательностей.
16. Ортогональные системы функций. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье.
17. Необходимые и достаточные условия экстремума функции одной переменной. Экстремум функции многих переменных (без доказательства).
18. Ранг матрицы и методы его вычисления. Система линейных алгебраических уравнений, метод Гаусса.
19. Действия над матрицами. Обратная матрица. Решение системы обращением матрицы.
20. Определители и их свойства. Метод Крамера.
21. Определение поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
22. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.
23. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве.
24. Линейные пространства. Евклидово пространство. Скалярное произведение и его свойства.
25. Линейные операторы в конечномерных пространствах и их матрицы. Собственные векторы и собственные числа.
26. Общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
27. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
28. Классификация дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных.
29. Численные методы линейной алгебры. Прямые и итерационные методы решения.
30. Способы ускорения сходимости. Градиентные методы. Методы ортогонализации. Метод конечных разностей и конечных объемов, метод конечных элементов.
31. Аппроксимация, устойчивость и сходимость. Теорема о сходимости. Корректность постановок краевых задач при их численной аппроксимации.

32. Основные численные алгоритмы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: методы Рунге-Кутты и Адамса.
33. Разностные схемы для уравнения гиперболического типа.
34. Разностные схемы для уравнения параболического типа.
35. Разностные схемы для уравнения эллиптического типа.
36. Случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Характеристики распределений. Основные законы распределения непрерывных случайных величин.
37. Закон больших чисел (в форме Чебышёва) как выражение свойства статистической устойчивости среднего значения. Центральная предельная теорема.
38. Генеральная совокупность, выборка и ее основные характеристики (среднее значение, дисперсия, асимметрия, квантили, функции распределения и плотности).
39. Случайные процессы, основные понятия, их классификация. Конечные цепи Маркова. Эргодическая теорема. Уравнение Чепмена – Колмогорова для дискретных и непрерывных цепей.
40. Понятие системы массового обслуживания (СМО). Классификация СМО. Системы массового обслуживания с отказами.
41. Системы массового обслуживания без отказов. Поток заявок. Простейший поток. Поток с переменным параметром. Стационарные потоки. Потоки типа Пальма.
42. Транспортная задача.
43. Теорема двойственности для задачи линейного программирования.
44. Метод градиентного спуска для задачи безусловной оптимизации.
45. Метод безусловной оптимизации нулевого и первого порядка.
46. Метод ветвей и границ.

**5. Структура билета.** Билет содержит два теоретических вопроса по дисциплине «Математика», предполагаются дополнительные вопросы и обсуждение тематики билета.

Программа вступительного экзамена составлена в соответствии с Федеральными государственными требованиями, утвержденным Приказом Министерства науки и высшего образования РФ от 20.10.2021 г. № 951.

Разработана и утверждена на заседании кафедры информационных технологий «24» февраля 2022 г., Протокол № 7.

Зав. кафедрой



Л.И. Васильева